

Übungsblatt 11

Universität Mannheim
Analysis I / HWS 2007/08
Martin Schmidt
Jörg Zentgraf

1. Bestimmen Sie alle kritischen Punkte von

(a) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \quad x \mapsto \sin(x) + \cos(x)$

(b) $g : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+ \quad x \mapsto \sqrt{x}$

und untersuchen Sie ob es Maxima oder Minima sind. Bestimmen Sie außerdem mit Hilfe des Zwischenwertsatzes das Bild dieser Abbildungen. (Benutzen Sie dazu auch Aufgabe 3 c) (6 Punkte)

2. Bestimmen Sie den maximalen Definitionsbereich D , das Bild und alle lokalen Maxima und Minima der Abbildung

$$f : D \rightarrow \mathbb{R}$$
$$x \mapsto \begin{cases} \sqrt{x+5} & x < -2 \\ |x| & -2 \leq x < 5 \\ x^3 - 9x^2 - 21x + 210 & x \geq 5 \end{cases}$$

(7 Punkte)

3. Bestimmen Sie die folgenden Grenzwerte

(a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{\tan(7x)}$

(b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(|x|)}{\cot(x)}$

(c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x)}{x}$

(d) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(1 + \exp(x))}{x \arctan(x)}$

(e) $\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt[3]{1 + \sinh(x)}$

Hinweis zu (e): Schreibe als Exponentialfunktion. (5 Punkte)

4. Zeigen Sie mit Hilfe der Regel von L'Hopital, dass für jedes $\alpha > 0$ folgendes gilt :

(a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\exp(x)}{x^\alpha} = \infty$

(b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^\alpha}{\exp(x)} = 0$

Dies zeigt, dass die Exponentialfunktion schneller wächst und schneller abfällt als jedes Polynom. (2 Punkte)

Abgabe bis Freitag, den 23. November um 10 Uhr in A5